



امتحان السداسي الأول في مقياس مقاومة المواد

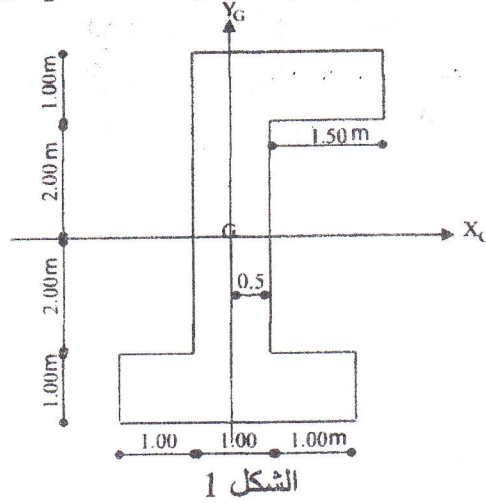
في 2024/01/25
المدة ساعتان

سنة ثانية : جذع مشترك

تمنع الكتابة باللون الأحمر أو مايشبهه

التمرين الأول:

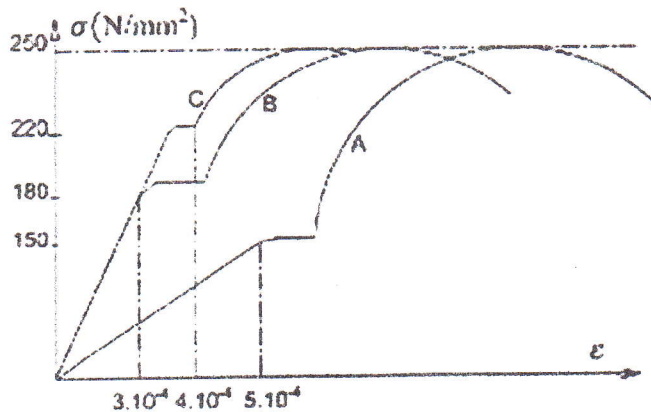
مقطع مستوي معرف في معلم متعامد و متجانس (G, X_G, Y_G) حيث G هي مركز ثقل المقطع، أنظر الشكل 1.



1. أحسب العزوم التربيعية I_{X_G} و I_{Y_G} والعزم التربيعي المركزي $I_{X_G Y_G}$ ، تعطى $I_{X_G} = \sum I_{X_{G_i}} + \sum a_i^2 \cdot A_i$
2. أحسب العزوم التربيعية الرئيسية $I_{\max}$ و $I_{\min}$
3. أوجد موضع العزوم التربيعية الرئيسية و أرسماها.
4. أكتب عبارة العزم التربيعي القطبي.

التمرين الثاني:

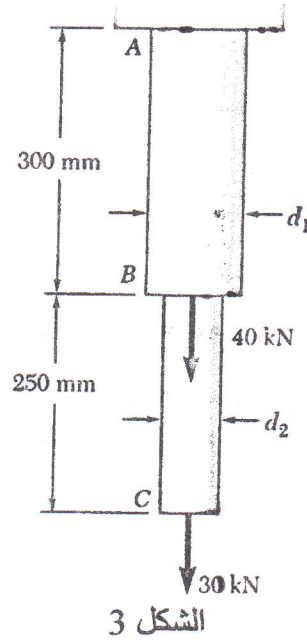
تم إجراء اختبار الشد على ثلاث عينات أسطوانية مقيسة $(\varnothing=10\text{mm}, L=30\text{mm})$ من مواد مختلفة: المادة A (فولاذ كربوني 0.15%), المادة B (فولاذ النيكل 3%), المادة C (فولاذ الكروم فاناديوم).



الشكل 2

المطلوب:

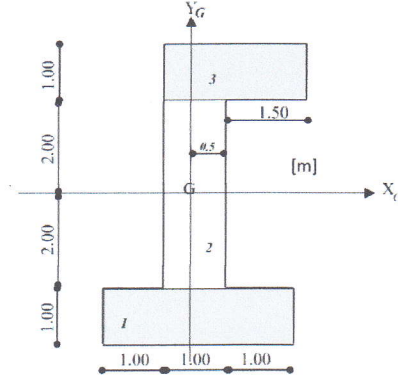
1. حدد معامل المرونة E لكل مادة.
2. من منحنى المادة A :
 أ. أعد رسم المنحنى و حدد عليه مراحل التي تمر بها المادة A خلال هذه التجربة.
 ب. اشرح كل مرحلة من هذه المراحل باختصار.
 ج. تم تعديل معامل الأمان $\eta = 2$ للمادة A ، فلو جُذ أن العينة A تعمل بأمان تام. حدد الطول النهائي لقطعة الاختبار الذي يتوافق مع هذا الحد.
- ث. هل تعتقد أنه من خلال تطبيق قوة $F=12600N$ لفترة معينة، تظل الحالة المرنة للقطعة الاختبار كما هي؟
3. تم لحام عارضتين أسطوانيتين صلبتين AB و BC معا وتم تحميلهما كما هو موضح في الشكل 3. حيث أن العارضة AB مصنوعة من المادة B والعارضة BC مصنوعة من المادة A . مع العلم أن الإجهاد الناظمي لا يجب أن يزيد عن حد المرونة في كلتا العارضتين، حدد القيم الدنيا المسموح بها للقطرين d_{BC} و d_{AB} .



تصحيح امتحان السداسي الأول في مقياس مقاومة المواد

حل التمرين الأول: 10 نقاط

1. أحسب العزوم التربيعية I_{X_G} و I_{Y_G} والعزم التربيعي المركزي $I_{X_G Y_G}$:



أ. حساب العزم التربيعي I_{X_G} :

$$I_{X_G} = \sum I_{X_{Gi}} + \sum a_i^2 \cdot S_i = (I_{X_{G1}} + I_{X_{G2}} + I_{X_{G3}}) + (a_1^2 \cdot S_1 + a_2^2 \cdot S_2 + a_3^2 \cdot S_3)$$

$$I_{X_{G1}} = \int_{A_1} y^2 dA_1 = 3 \int_{-0.5}^{0.5} y^2 dy = 3 \left[\frac{1}{3} y^3 \right]_{-0.5}^{0.5} \Leftrightarrow I_{X_{G1}} = 0.25 m^4 \quad (0.5)$$

$$I_{X_{G2}} = \int_{A_2} y^2 dA_2 = 1 \int_{-2}^2 y^2 \cdot dy = 1 \left[\frac{1}{3} y^3 \right]_{-2}^2 \Rightarrow I_{X_{G2}} = \frac{16}{3} m^4 \quad (0.5)$$

$$I_{X_{G3}} = \int_{A_3} y^2 dA_3 = 2.5 \int_{-0.5}^{0.5} y^2 \cdot dy = 2.5 \left[\frac{1}{3} y^3 \right]_{-0.5}^{0.5} \Rightarrow I_{X_{G3}} = \frac{5}{24} m^4 \quad (0.5)$$

$$S_1 = 1 \times 3 \Leftrightarrow S_1 = 3 m^2 \quad (0.25)$$

$$a_1 = Y_{G1} - Y_G = 0 - (-2.5) \Rightarrow a_1 = 2.5 m \quad (0.25)$$

$$S_2 = 1 \times 4 \Leftrightarrow S_2 = 4 m^2 \quad (0.25)$$

$$a_2 = Y_{G2} - Y_G = 0 - 0 \Rightarrow a_2 = 0 m \quad (0.25)$$

$$S_3 = 1 \times 2.5 \Leftrightarrow S_3 = 2.5 m^2 \quad (0.25)$$

$$a_3 = Y_{G3} - Y_G = 0 - 2.5 \Rightarrow a_3 = -2.5 m \quad (0.25)$$

$$I_{X_G} = \left(\frac{1}{4} + \frac{16}{3} + \frac{5}{24} \right) + \left[(2.5)^2 \times 3 + (0)^2 \times 4 + (-2.5)^2 \times 2.5 \right]$$

$$I_{X_G} = 40.16 m^4 \quad (0.5)$$

ب. أ. حساب العزم التربيعي I_{Y_G} :

$$I_{Y_G} = \sum I_{Y_{Gi}} + b_i^2 \cdot S_i = (I_{Y_{G1}} + I_{Y_{G2}} + I_{Y_{G3}}) + (b_1^2 \cdot S_1 + b_2^2 \cdot S_2 + b_3^2 \cdot S_3)$$

$$I_{Y_{G1}} = \int_{A_1} x^2 dA_1 = 1 \int_{-1.5}^{1.5} x^2 dx = 1 \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{-1.5}^{1.5} \Rightarrow I_{Y_{G1}} = 2.25 m^4 \quad (0.5)$$

$$I_{Y_{G2}} = \int_{A_2} x^2 dA_2 = 4 \int_{-0.5}^{0.5} x^2 dx = 4 \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{-0.5}^{0.5} \Rightarrow I_{Y_{G2}} = \frac{1}{3} m^4 \quad (0.5)$$

$$I_{Y_{G3}} = \int_{A_3} x^2 dA_3 = 1 \int_{-1.25}^{1.25} x^2 dx = 1 \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{-1.25}^{1.25} \Rightarrow I_{Y_{G3}} = \frac{2}{3} (1.25)^3 m^4 \quad (0.5)$$

$$b_1 = X_{G1} - X_G = 0 - 0 \Rightarrow b_1 = 0 m \quad \text{et} \quad S_1 = 3 m^2 \quad (0.25 \times 3)$$

$$b_2 = X_{G2} - X_G = 0 - 0 \Rightarrow b_2 = 0 m \quad \text{et} \quad S_2 = 4 m^2$$

$$b_3 = X_{G3} - X_G = 0 - 0.75 \Rightarrow b_3 = -0.75 m \quad \text{et} \quad S_3 = 2.5 m^2$$

$$I_{Y_G} = \left(2.25 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} (1.25)^3 \right) + [0^2 \times 3 + (0)^2 \times 4 + (-0.75)^2 \times 2.5]$$

$$I_{Y_G} = 5.29 m^4 \quad (0.5)$$

ج. إيجاد عزم العطالة المركزي للمقطع $I_{X_G Y_G}$:

$$I_{X_G Y_G} = \sum I_{X_{Gi} Y_{Gi}} + a_i \cdot b_i \cdot S_i = (I_{X_{G1} Y_{G1}} + I_{X_{G2} Y_{G2}} + I_{X_{G3} Y_{G3}}) + (a_1 \cdot b_1 \cdot S_1 + a_2 \cdot b_2 \cdot S_2 + a_3 \cdot b_3 \cdot S_3)$$

$$I_{X_G Y_G} = (0 + 0 + 0) + [(2,5) \times (0) \times 3 + (0) \times (0) \times 4 + (-2,5) \times (-0.75) \times 2.5]$$

$$I_{X_G Y_G} = 4.69 m^4 \quad (0.5)$$

2. حساب العزوم التربيعية الرئيسية ($I_{\min}$ و $I_{\max}$):

$$I_{\max} = \frac{I_{X_G} + I_{Y_G}}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_{X_G} - I_{Y_G}}{2} \right)^2 + I_{X_G Y_G}^2} \quad (0.5)$$

$$I_{\max} = \frac{40.16 + 5.29}{2} + \sqrt{\left(\frac{40.16 - 5.29}{2} \right)^2 + 4.69^2}$$

$$I_{\max} = 40.78 m^4 \quad (0.5)$$

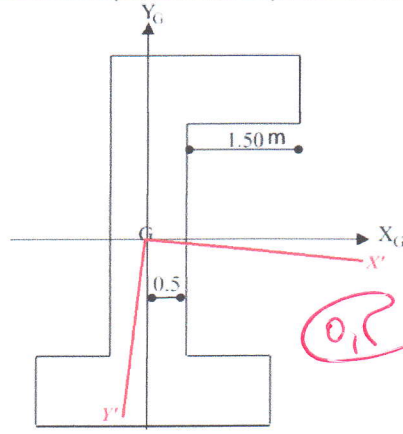
$$I_{\min} = \frac{I_{X_G} + I_{Y_G}}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_{X_G} - I_{Y_G}}{2} \right)^2 + I_{X_G Y_G}^2} \quad (0.25)$$

$$I_{\min} = \frac{40.16 + 5.29}{2} - \sqrt{\left(\frac{40.16 - 5.29}{2} \right)^2 + 4.69^2}$$

$$I_{\min} = 4.67 m^4 \quad (0.5)$$

3. إيجاد موضع العزوم التربيعية الرئيسية و رسمها:

$$\tan 2\theta = \frac{2I_{X_G Y_G}}{I_{Y_G} - I_{X_G}} = \frac{2 \times 4.69}{5.29 - 40.16} = -0.27 \Rightarrow 2\theta = -15^\circ \Rightarrow \theta = -7.5^\circ \quad (0.5)$$



4. عبارة العزم التربيعي القطبي: $I_p = I_x + I_y$ 0.5

حل التمرين الثاني:

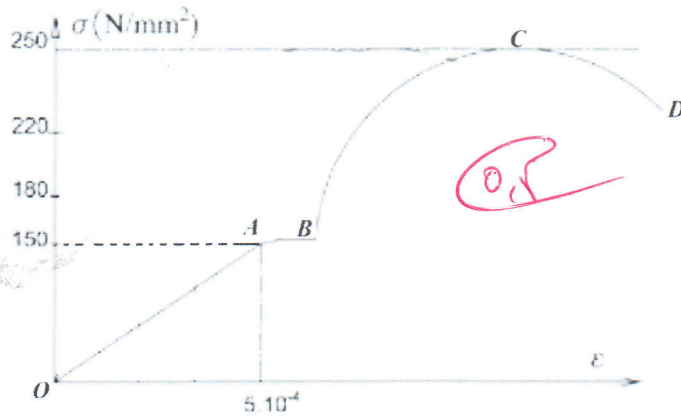
1. حدد معامل المرونة E لكل مادة :

بالمطابقة مع قانون هوك $\sigma = E \epsilon$ نجد أن معامل المرونة هو ميل المنحنى اذن

$$E_A = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{150}{5 \times 10^{-4}} \Rightarrow E_A = 300000 \text{ N/mm}^2 \quad \text{0.5}$$

$$E_B = E_C = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{180}{3 \times 10^{-4}} \Rightarrow E_B = E_C = 600000 \text{ N/mm}^2 \quad \text{0.5} \times 2$$

2. أ. تحديد المراحل التي تمر بها المادة A خلال تجربة الشد:



2. ب. شرح المراحل التي تمر بها المادة A:

1. المنطقة OA: المجال المرن: تبين الجزء المستقيم والخطي من منحنى الإجهاد والتشوه ، ومن الواضح أن استطالة قطعة الاختبار تتناسب مع تطور القوة المطبقة P، لأنه في حالة التفريغ ، تعود المادة إلى شكلها الأولي. 0.25

النقطة "A": يمثل الحد المرونة الذي يتميز بالقيمة القصوى للإجهاد المرن للمادة ، وبعد هذا الحد ، تبدأ التشوهات الدائمة في الحدوث. 0.25

المنطقة AB: هي منطقة التدفق البلاستيك للمادة (مجال الانسياب)، نلاحظ أن التشوهات تزداد ولكن الاجهادات تبقى مستقرة (الحمولة تبقى ثابتة) حتى النقطة B. 0.25

المنطقة BC: و يدعى هذا المجال بعودة المتانة حيث تفقد المادة خصائصها المرنة ، وفي حالة تفريغ المادة تخضع لاستطالة إضافية أو دائمة ، اذ في هذا المجال يصاحب الزيادة في القوة استطالة للعينة. 0.25

منطقة CD: و يسمى مجال التشوه الغير متجانس. نلاحظ أن الاستطالة تزداد من أجل أحمال الأقل من القيمة القصوى σ_r (إجهاد كسر).

أي أن الاجهادات تكبر دون الزيادة في الحمولة, وعند بلوغ الاجهاد حد المقاومة σ_r فيتشكل ما يدعى بظاهرة العنق و تقل المساحة.

بعد هذا, اذا لأي قيمة للحمولة, أقل من السابقة, يحدث انكسار للعينة أي تنفصل الى جزئين

النقطة D : توافق انكسار قطعة الاختبار أو الكسر الكلي والتدمير للعينة بأكملها.

2. تحديد الطول النهائي لقطعة الاختبار الذي يتوافق مع الحد الأمان:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_e}{\eta} = \varepsilon \cdot E \Rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma_e}{\eta \cdot E} \Leftrightarrow \frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma_e}{\eta \cdot E} \Rightarrow \Delta L = \frac{\sigma_e \cdot L}{\eta \cdot E} = \frac{150.30}{2 \cdot 300000} \Rightarrow \Delta L = 7.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \Delta L = L_1 - L \Rightarrow L_1 = L + \Delta L = 30 + 0.0075 \Rightarrow L_1 = 30.0075 \text{ mm}$$

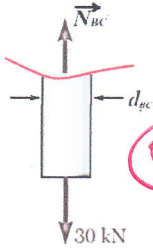
2.ث. التحقق من مرونة المادة عند تطبيق قوة $F=12600\text{N}$ لفترة معينة

$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{N \cdot 4}{\pi \cdot d^2} = \frac{12600 \times 4}{\pi \times 10^2} \Rightarrow \sigma = 160.4 \text{ N/mm}^2$$

اذن لا تبقى المادة مرنة لأن الاجهاد الناظمي الناتج عن تطبيق هذه القوة أكبر من حد المرونة ($\sigma_e = 150 \text{ N/mm}^2$)

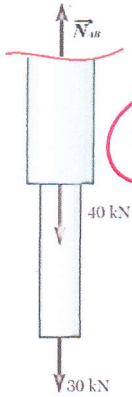
3. حساب قطر كل عارضة

1.3. حسب قطر العارضة BC:



$$N_{BC} - 30 = 0 \Rightarrow N_{BC} = 30 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{N}{S} \Rightarrow \sigma_{eBC} = \frac{N \cdot 4}{\pi \cdot d_{BC}^2} \Rightarrow d_{BC}^2 = \frac{N \cdot 4}{\pi \cdot \sigma_{eBC}} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi \cdot 150} \Rightarrow d_{BC} = 15.96 \text{ mm}$$



$$N_{AB} - 30 - 40 = 0 \Rightarrow N_{AB} = 70 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{N}{S} \Rightarrow \sigma_{eAB} = \frac{N \cdot 4}{\pi \cdot d_{AB}^2} \Rightarrow d_{AB}^2 = \frac{N \cdot 4}{\pi \cdot \sigma_{eAB}} = \frac{70 \cdot 10^3 \cdot 4}{\pi \cdot 180} \Rightarrow d_{AB} = 22.25 \text{ mm}$$

2.3. حسب قطر العارضة AB: